

**ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ
ПОРОГОВ НЕЛИНЕЙНОСТИ АНИЗОТРОПНЫХ
НАНОСТРУКТУРНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПО ТОЧКАМ
БИФУРКАЦИИ НЕЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА МАКСВЕЛЛА***

Г. С. Макеева, О. А. Голованов, Д. Н. Ширшиков, Г. Г. Горлов

Введение

Сложные нанокомпозиты на основе магнитно-функционализированных углеродных нанотрубок (УНТ), содержащие массивы многостенных УНТ и инкапсулированные магнитные наночастицы наполнителя [1–9], могут быть использованы для создания магнитно-управляемых устройств нового поколения различного назначения, так в сочетании с Si-МЭМС технологией для создания эффективных СВЧ экранов и элементов микросистем для обработки электромагнитных сигналов [1].

Твердотельные наноструктуры в таких сложных нанокомпозитах представляют собой наноразмерные неоднородности, имеющие различную физическую природу (УНТ и магнитные наночастицы) и произвольную пространственную конфигурацию, внутри диэлектрической матрицы. Существенную роль при этом играют резонансные взаимодействия различных мод в наноструктурах (УНТ и магнитные наночастицы), которые оказываются более сложными ввиду большего разнообразия взаимодействующих мод (электромагнитных волн и диполь-дипольных магнитостатических (МСВ), дипольно-обменных спиновых волн (СВ)) и сложной 3D-конфигурации наномасштабных неоднородностей. Соответственно, электродинамические свойства наноматериалов также оказываются более богатыми и разнообразными [19].

Целью работы является математическое моделирование нелинейного взаимодействия мод в нанокомпозитах на основе 3D-решеток магнитно-функционализированных УНТ для расчета порогов нелинейности таких анизотропных наноструктурных материалов в микроволновом диапазоне.

1. Математическая модель

Математическая модель базируется на решении нелинейной краевой 3D-задачи дифракции для системы уравнений Максвелла

$$\operatorname{rot} \vec{H}(t) = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial \vec{E}(t)}{\partial t} + \sigma \vec{E}(t), \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E}(t) = -\frac{\partial \vec{B}(t)}{\partial t} \quad (2)$$

с соответствующими электродинамическими граничными условиями, дополненных уравнением движения вектора намагниченности в ферромагнетике с учетом обменного взаимодействия в форме Ландау–Лифшица [10]

$$\frac{d\vec{M}(t)}{dt} = -\gamma (\vec{M}(t) \times \vec{H}_{\phi}(t)) + \omega_r (\chi_0 \vec{H}(t) - \vec{M}(t)); \quad (3)$$

$$\vec{H}_{\phi}(t) = \vec{H}(t) + \vec{H}_q(t); \quad (4)$$

$$\vec{H}_q(t) = q \nabla^2 \vec{M}(t), \quad (5)$$

* Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант № 12-02-97025-р_поволжье_.

где $\vec{E}(t), \vec{H}(t)$ – векторы напряженности электрического и магнитного полей; $\vec{M}(t)$ – вектор намагниченности среды; $\vec{B}(t)$ – вектор магнитной индукции; $\vec{H}_{\text{эфф}}(t)$ – суммарное эффективное поле, включающее $\vec{H}_q(t)$ – поле обменного взаимодействия; ∇ – оператор Лапласа; ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость среды; σ – электропроводность среды; ϵ_0 , μ_0 – электрическая и магнитная постоянные; γ – гиromагнитное отношение; ω_r – частота релаксации; χ_0 – статическая восприимчивость; q – константа обменного взаимодействия.

В уравнении Ландау–Лифшица (3) необходимо учитывать эффективное поле обменного взаимодействия, так как в решетках магнитно-функционализированных УНТ, содержащих системы магнитных наночастиц, имеют место резкие изменения намагниченности с масштабом, задаваемым периодом решетки, который порядка 10^{-7} м или меньше.

Рассмотрим задачу дифракции плоской однородной электромагнитной волны на 2D-периодической решетке ориентированных магнитно-функционализированных УНТ (рис. 1).

Пусть на 2D-решетку магнитно-функционализированных УНТ падает плоская однородная TEM -волна $\vec{E} = E \vec{x}_0$, $\vec{H} = H \vec{y}_0$ с волновым вектором \vec{k} (рис. 1, а), частотой ω и амплитудой $C_{1(1)}^+(\omega)$. TEM -волна распространяется вдоль оси z , поперечно по отношению к направлению постоянного поля подмагничивания $\vec{H}_0 = H_0 \vec{e}_y$, направленного вдоль оси УНТ (рис. 1, б).

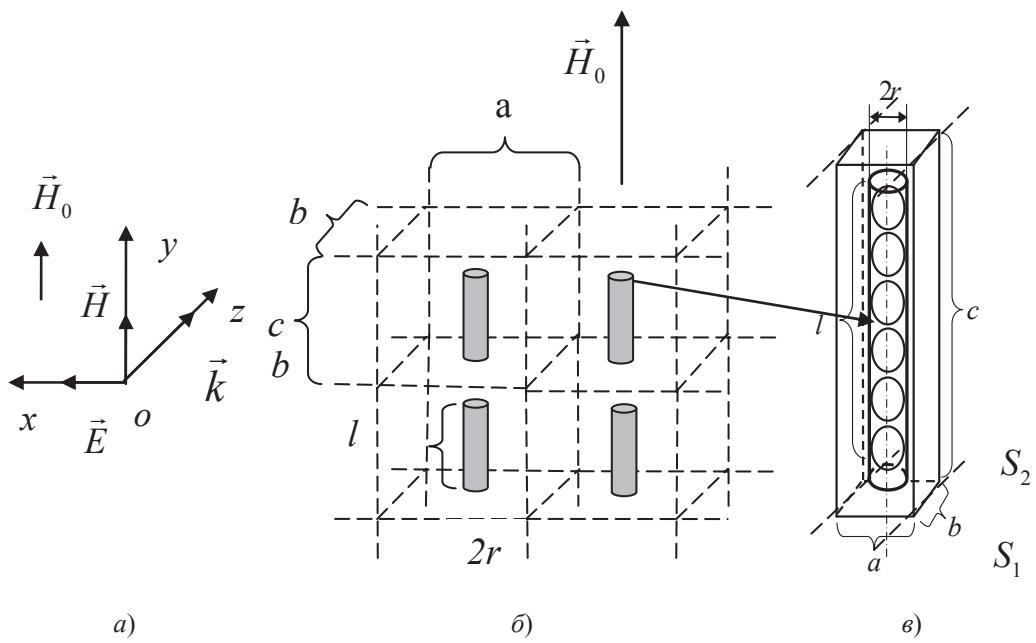


Рис. 1. Дифракция электромагнитной волны на 2D-решетке магнитно-функционализированных УНТ:
а – ориентация падающей TEM -волны с волновым вектором \vec{k} ; б – 2D-решетка УНТ с магнитными наночастицами и направление внешнего постоянного магнитного поля H_0 ; в – моделирование ячейки 2D-решетки автономным блоком с каналами Флоке (ФАБ): 1 – УНТ, 2 – магнитные наночастицы;
 a, b, c – геометрические размеры ФАБ

Элементарную ячейку периодической нанорешетки (см. рис. 1, б) с геометрическими размерами a, b, c , содержащую магнитно-функционализированные УНТ (радиуса r и длиной l), представим в виде ФАБ с магнитным нановключением (рис. 1, в). Углеродные нанотрубки с магнитными наночастицами находятся между сечениями S_1, S_2 ФАБ (см. рис. 1, в), рассматриваемого как волноводный трансформатор [15]. На сечениях S_1, S_2 введены локальные системы координат.

Нелинейную краевую 3D-задачу дифракции для уравнений (1)–(3) решаем декомпозиционным методом автономных блоков с каналами Флоке (ФАБ)[11], модифицированным с целью уч-

та систем магнитных наночастиц в УНТ [12]. Вычислительный алгоритм определения дескрипторов ФАБ, содержащих магнитно-функциализированные УНТ, построен на основе проекционного метода Галеркина [13].

2. Результаты электродинамического расчета порогов параметрической нестабильности периодической 2D-решетки ориентированных магнитно-функциализированных УНТ

С помощью разработанного вычислительного алгоритма определения точек бифуркации нелинейного оператора Максвелла (уравнений Максвелла (1), (2) с соответствующими электродинамическими граничными условиями совместно с уравнением Ландау–Лифшица (3) с учетом поля обменного взаимодействия) [18] проведено математическое моделирование нестабильности процесса параметрического возбуждения МСВ и СВ в периодической 2D-решетке ориентированных магнитно-функциализированных УНТ (рис.1) в зависимости от значения бифуркационных параметров (амплитуды волны накачки $C_{1(1)}^+(\omega)$ и частоты ω).

Области нестабильности при параметрическом возбуждении находятся вблизи значений частоты ω_0 , удовлетворяющих условию параметрического резонанса для осциллятора [10]:

$$\omega_0 = m\omega_H / 2, \quad (6)$$

где $m = 1, 2, 3$.

По точкам бифуркации нелинейного оператора Максвелла рассчитаны пороговые значения амплитуды $c_{1(1)}^+(\omega_H)$ волны накачки, при которых начинаются нелинейные процессы и возникает параметрическое возбуждение безобменных МСВ и дипольно-обменных СВ в периодической 2D-решетке ориентированных магнитно-функциализированных УНТ при сокращении расстояний между магнитными наночастицами до длины обменного взаимодействия [16].

Расчетная схема показана на рис. 2. Ячейка периодической структуры, на которую падает ТЕМ-волну (волна накачки) с амплитудой $c_{1(1)}^+(\omega_H)$ и частотой $\omega_H = 2\pi f_H$, находится в канале Флоке. Исследуем параметрическое возбуждение волны в случае неустойчивости первого порядка $\omega_0 = \omega_H / 2$ (6) на частоте $\omega_0 = 2\pi f_0$ ($f_0 = 13\text{ГГц}$), равной половине частоты накачки (процесс Сула) [17]).

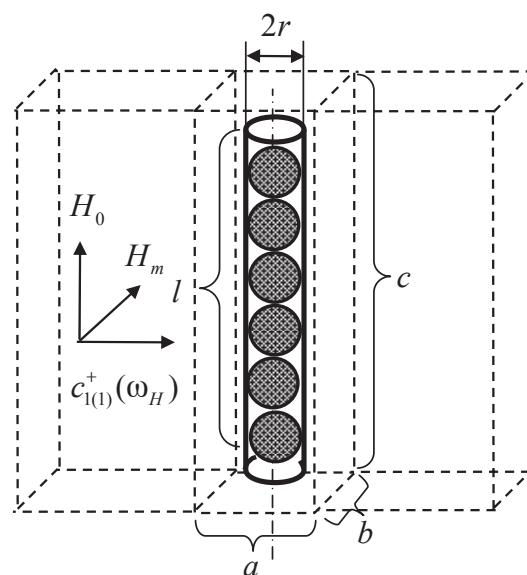


Рис. 2. Расчетная схема: ячейка периодической 2D-решетки ориентированных магнитно-функциализированных УНТ в канале Флоке; H_0 – вектор напряженности внешнего постоянного магнитного поля; H_m – вектор напряженности магнитного поля волны сигнала с частотой ω_0 ;

$c_{1(1)}^+(\omega_H)$ – вектор напряженности магнитного поля волны накачки с частотой ω_H и амплитудой $c_{1(1)}^+(\omega_H)$

На рис. 3 приведены результаты электродинамического расчета зависимости амплитуды $c_{l(1)}^+(\omega_H)$ электромагнитной волны накачки от нормированной частоты ω_0^2/ω_H^2 (ω_0 – частота волны сигнала, ω_H – частота волны накачки). Рассчитаны области нестабильности при параметрическом возбуждении МСВ и СВ в периодической 2D-решетке ориентированных магнитно-функциализированных УНТ при различных значениях напряженности внешнего постоянного магнитного поля H_0 , в том числе в условиях ферромагнитного резонанса при $H_0 = 8475\text{Э}$.

В расчетах приняты следующие значения параметров решетки магнитно-функциализированных УНТ (см. рис. 1): радиус УНТ $2r = 25\text{нм}$, длина УНТ $l = 500\text{ нм}$; толщина стенки $\Delta = 3\text{ нм}$; $\sigma = 2,5 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, $\epsilon = 62$; материал наночастиц $\text{Co}_{80}\text{Ni}_{20}$ ($4\pi M_s = 15356\text{ Гс}$, $\alpha = 0,005$, $\sigma = 1,0 \cdot 10^7 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, $A = 1,5 \times 10^{-9}\text{ Э}$); период решетки $a = b = 76\text{ нм}$, $c = 550\text{ нм}$ (см. рис. 1).

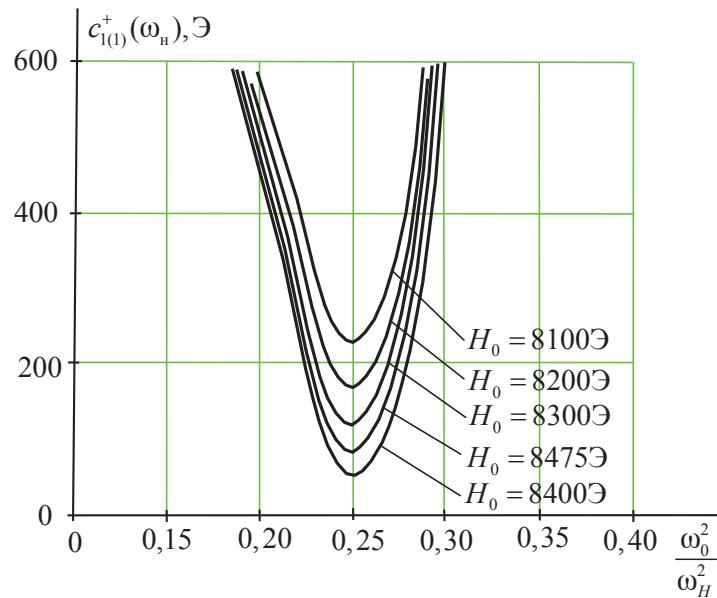


Рис. 3. Пороги параметрической нестабильности периодической 2D-решетки ориентированных магнитно-функциализированных УНТ при различных значениях напряженности внешнего постоянного магнитного поля H_0 : $c_{l(1)}^+(\omega_H)$ – амплитуда волны накачки; ω_0 – частота волны сигнала ($f_0 = 13\text{ГГц}$); ω_H – частота волны накачки; $H_0 = 8475\text{Э}$ – ферромагнитный резонанс; магнитные наночастицы $\text{Co}_{80}\text{Ni}_{20}$ ($4\pi M_s = 15356\text{ Гс}$, $\alpha = 0,005$, $\sigma = 1,0 \cdot 10^7 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, $= 1,5 \times 10^{-9}\text{ Э}$); УНТ ($\sigma = 2,5 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, $\epsilon = 62$, $\Delta = 3\text{ нм}$ – толщина стенки); $a = b = 76\text{ нм}$, $2r = 25\text{ нм}$, $l = 500\text{ нм}$, $c = 525\text{ нм}$

Качественный анализ устойчивости полученного численного решения проведен в соответствии с критерием Ляпунова [15] с использованием комплексных собственных чисел λ_m матрицы \mathbf{A} . Кривые на графике (рис. 3) разделяют области нестабильности и устойчивости полученного решения. В областях неустойчивости (эти области нестабильности расположены над кривыми на рис. 3) некоторые из комплексных собственных чисел λ_m матрицы \mathbf{A} имеют положительные действительные части. В окрестностях точек на этих кривых происходит изменение знака действительной части комплексных собственных чисел λ_m . В областях устойчивости (эти области расположены под кривыми рис. 3) действительные части комплексных собственных чисел λ_m матрицы \mathbf{A} отрицательны [13].

Сплошные кривые (см. рис. 3) разделяют неустойчивый режим параметрического возбуждения МСВ и СВ от устойчивого режима параметрической регенерации. При переходе через бифуркационные значения параметра $c_{l(1)}^+(\omega_H)$ в точках бифуркации происходят скачкообразные переходы исследуемой нелинейной магнитной наносистемы – 2D-решетки магнитно-

функциализированных УНТ в режим параметрического возбуждения МСВ и СВ в системе магнитных наночастиц. Если амплитуда $c_{1(1)}^+(\omega_H)$ волны накачки превышает определенное пороговое значение, то в нелинейной магнитной наносистеме возникают МСВ и СВ колебания с частотами, удовлетворяющие условию (6).

Важным результатом математического моделирования является понижение порогов параметрической неустойчивости 2D-решетки магнитно-функциализированных УНТ при увеличении значения напряженности внешнего постоянного магнитного поля H_0 (рис. 3 кривые 1–3, 5) при приближении к ферромагнитному резонансу. Однако в точке резонанса при значении $H_0 = 8475\text{Э}$ (соответствующему собственной частоте однородного типа прецессии намагниченности ферритовой сферы [10]: $\frac{\omega_0}{\gamma} = H_0$) наблюдается небольшое увеличение порога, что связано с возрастанием магнитных потерь при резонансе.

Разработанный алгоритм позволяет проводить компьютерное моделирование и оптимизацию нелинейных свойств нового класса анизотропныхnanoструктурных материалов на основе 3D-решеток магнитно-функциализированных УНТ и характеристик нелинейных магнитно-управляемых наноустройств СВЧ на их основе.

Список литературы

1. Дьячков, П. Н. Углеродные нанотрубки: строение, свойства, применения / П. Н. Дьячков. – М. : БИНОМ, Лаборатория знаний, 2006.
2. Microwave absorption in nanocomposite material of magnetically functionalized carbon nanotubes / V. A. Labunov, A. L. Danilyuk, A. L. Prudnikava, I. Komissarov, B. G. Shulitski et al. // J. Appl. Phys. – 2012. – № 112. – P. 340–344.
3. Резонансный характер взаимодействия многослойных углеродных нанотрубок с излучением миллиметрового диапазона волн / Л. Л. Вовченко, Л. Ю. Мацуй, В. В. Олейник, В. Л. Лаунец, В. В. Загородний, Ф. Ле Норманд // Наносистеми, наноматериали, нанотехнології. Nanosystems, Nanomaterials, Nanotechnologies. – 2011. – Т. 9, № 4. – С. 759–769.
4. Shi, C. X. Tuning the coercivity of Fe-filled carbon-nanotube arrays by changing the shape anisotropy of the encapsulated Fe nanoparticles / C. X. Shi, H. T. Cong // J. Appl. Phys. – 2008. – № 104. – 034307.
5. Microwave response of FeCo/carbon nanotubes composites / Z. Han, D. Li, X. W. Wang, Z. D. Zhang // J. Appl. Phys. – 2011. – № 109. – P. 301–303.
6. (Fe, Ni)/C nanocapsules for electromagnetic-wave-absorber in the whole Ku-band / X. G. Liu, B. Li, D. Y. Geng, W. B. Cui, F. Yang, Z. G. Xie, D. J. Kang, Z. D. Zhang // Carbon. – 2009. – № 47. – P. 470–474.
7. Zhao, D.-L. Microwave absorbing property and complex permittivity and permeability of epoxy composites containing Ni-coated and Ag filled carbon nanotubes / D.-L. Zhao, X. Li, Z.-M. Shen // Composites Science and Technology. – 2008. – № 68. – P. 2902–2908.
8. Novel composite of Co/carbon nanotubes: Synthesis, magnetism and microwave absorption properties / Z. Zheng, B. Xu, L. Huang, L. He, X. Ni // Solid State Sciences. – 2008. – № 10. – P. 316–320.
9. Synthesis of carbon nanotubes filled with Fe_3C nanowires by CVD with titanate modified palygorskite as catalyst / J. Cheng, X. Zhang, F. Liu, J. Tua, Y. Ye, Y. Ji, Ch. Chen // Carbon. – 2003. – № 41. – P. 1965–1970.
10. Гуревич, А. Г. Магнитные колебания и волны / А. Г. Гуревич, Г. А. Мелков. – М. : Наука, 1994. – 407 с.
11. Голованов, О. А. Автономные блоки с виртуальными каналами Флоке и их применение для решения прикладных задач электродинамики / О. А. Голованов // Радиотехника и электроника. – 2006. – Т. 51, № 12. – С. 1423–1430.
12. Голованов, О. А. Метод автономных блоков с магнитными нановключениями и каналами Флоке для математического моделирования магнитных nanoструктур с учетом обмена и граничных условий / О. А. Голованов, Г. С. Макеева // Радиотехника и электроника. – 2009. – Т. 54, № 11. – С. 1421–1428.
13. Затылкин, А. В. Система адаптивного тестирования на основе нечеткого логического вывода / А. В. Затылкин // Надежность и качество : тр. Междунар. симп. : в 2 т. / под ред. Н. К. Юркова. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2012. – Т. 2. – С. 133–135.
14. Бахвалов, Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов. – М. : Наука, 1975. – 641 с.
15. Никольский, В. В. Декомпозиционный подход к задачам электродинамики / В. В. Никольский. – М. : Наука, 1983. – 297 с.
16. К вопросу экспериментального исследования колебаний упругих систем / Г. В. Таньков, А. В. Затылкин, В. А. Трусов, Д. П. Голушко // Надежность и качество : тр. Междунар. симп. : в 2 т. / под ред. Н. К. Юркова. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2012. – Т. 2. – С. 228–229.

17. Ляпунов, А. М. Общая задача об устойчивости движения / А. М. Ляпунов. – М. ; Л., 1950. – 264 с.
18. Макеева, Г. С. Численное исследование нестабильностей волн и колебаний в нелинейных гиромагнитных структурах по точкам бифуркации нелинейного оператора Максвелла / Г. С. Макеева, О. А. Голованов // Радиотехника и электроника. – 2007. – Т. 52, № 1. – С. 106–113.
19. Юрков, Н. К. Системный подход к организации жизненного цикла сложных технических систем / Н. К. Юрков, В. А. Ушаков // Надежность и качество сложных систем. – 2013. – № 1. – С. 27–34.

УДК 537. 874. 6

Электродинамический расчет порогов нелинейности анизотропных наноструктурных материалов по точкам бифуркации нелинейного оператора Максвелла / Г. С. Макеева, О. А. Голованов, Д. Н. Ширшиков, Г. Г. Горлов // Надежность и качество сложных систем. – 2014. – № 1(5). – С. 58–64.

Макеева Галина Степановна

доктор технических наук, профессор,
кафедра радиотехники и радиоэлектронных систем,
Пензенский государственный университет
(440026, Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: radiotech@pnzgu.ru

Голованов Олег Александрович

доктор физико-математических наук, профессор,
кафедра общеобразовательных дисциплин,
Пензенский филиал Военной академии
материально-технического обеспечения
(440005, Пензенская обл., г. Пенза-5)
E-mail: golovanovol@mail.ru,

Ширшиков Дмитрий Николаевич

аспирант,
кафедра радиотехнических систем,
Пензенский филиал Военной академии
материально-технического обеспечения
(440005, Пензенская обл., г. Пенза-5)
E-mail: scirdm@mail.ru

Горлов Геннадий Геннадьевич

аспирант,
кафедра радиотехнических систем,
Пензенский филиал Военной академии
материально-технического обеспечения
(440005, Пензенская обл., г. Пенза-5)

Аннотация. Разработана методика бифуркационного анализа и проведено математическое моделирование параметрического взаимодействия различных мод в нанокомпозитах на основе магнитно-функционализированных углеродных нанотрубок (УНТ): электромагнитных, магнитостатических (МСВ), спиновых волн (СВ) для расчета порогов нелинейности таких анизотропных наноструктурных материалов в микроволновом диапазоне. Математическая модель параметрической нестабильности волн в 3D-решетках магнитно-функционализированных УНТ базируется на решении нелинейной краевой 3D-задачи дифракции для системы уравнений Максвелла, дополненных уравнением Ландау–Лифшица с учетом поля обменного взаимодействия, декомпозиционным методом автономных блоков с каналами Флоке (ФАБ). По точкам бифуркации нелинейного

Makeeva Galina Stepanovna

doctor of technical sciences, professor,
sub-department of radio-engineering
and electronic systems,
Penza State University,
(440026, 40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Golovanov Oleg Aleksandrovich

doctor of physical and mathematical sciences, professor,
sub-department of general subjects,
Penza branch of Military academy of logistics
(440005, Penza, Russia)

Shirshikov Dmitriy Nikolaevich

postgraduate student,
sub-department of radiosystems,
Penza branch of Military academy of logistics,
(440005, Penza, Russia)

Gorlov Gennadiy Gennad'evich

postgraduate student,
sub-department of radiosystems,
Penza branch of Military academy of logistics,
(440005, Penza, Russia)

Abstract. The method of bifurcation analysis is developed and modeling of parametric interactions of different modes in nanocomposites based on the 3D arrays of magnetically functionalized carbon nanotubes (CNT): electromagnetic magnetostatic (MSWs) and spin waves (SWs) for calculation of the nonlinearity thresholds of these anisotropic nanostructured materials at microwave frequency range. Mathematical model of the parametric instability of waves in the 3D arrays of magnetically functionalized CNTs is based on the solution of the nonlinear 3D- diffraction boundary problems for the Maxwell equations complemented by the Landau-Lifshitz equation with the exchange term using the decomposition onto the autonomous blocks with Floquet channels (FABs). By computing the bifurcation points the results of electrodynamic calculation of the threshold magnitudes of the pumping wave, where the nonlinear pro-

оператора Максвелла получены результаты электродинамического расчета пороговых значений амплитуды волны накачки, при которых начинаются нелинейные процессы и возникает параметрическое возбуждение МСВ и СВ в 2D-решетке магнитнофункционализированных УНТ в микроволновом диапазоне.

Ключевые слова: точки бифуркации, нелинейный оператор Максвелла, волна накачки, периодическая 3D-решетка, магнитные наночастицы, углеродные нанотрубки.

cesses and the parametric instability excitation of MSWs and SWs, happen in 3D arrays of magnetically functionalized CNTs, are determined at microwave frequency range.

Key words: bifurcation points, nonlinear Maxwell operator, pumping wave, 3D periodic array, magnetic nanoparticle, carbon nanotubes.